Problème1

Réactions :

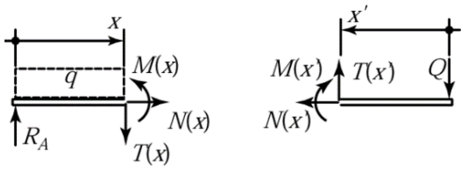
1) La somme des moments autour du point B donne l'équation suivante :

$$\sum M_B = 0 \ : \quad R_A \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + Q \cdot b = 0 \qquad \Rightarrow \ R_A = \frac{1}{2} qa - \frac{b}{a} Q$$

2) L'équilibre des forces verticales donne :

$$R_A + R_B - qa - Q = 0 \ \Rightarrow \ R_B = \frac{1}{2} qa + \left(1 + \frac{b}{a}\right) Q$$

Efforts intérieurs (NTM):



3) Aucune charge horizontale ne sollicite la poutre, l'effort normal est donc identiquement nul.
4) Pour la partie gauche, les autres efforts intérieurs valent :

$T(x) = R_A - qx$ (effort tranchant)

$M(x) = R_A x - \frac{1}{2} qx^2$ (moment fléchissant)

5) Pour la partie droite de la poutre, il vaut mieux choisir une abscisse partant du point C et dirigée vers le point B. Dans ce cas, il faut prendre les conventions du dessin. Alors les efforts intérieurs sont donnés par :

$T(x') = Q$ (effort tranchant)

$M(x') = -Qx'$ (moment fléchissant)

6) Construction des diagrammes T et M
Valeurs particulières :

$$T(x) = 0 \ \Leftrightarrow \ x \equiv \hat{x} = \frac{R_A}{q} = \frac{a}{2} - \frac{b}{a}\frac{Q}{q}$$

$$M_{\max} = M(\hat{x}) = \left(R_A - \tfrac{1}{2} q\hat{x}\right)\hat{x} = \tfrac{1}{2} q\hat{x}^2$$

$$M(x) = 0 \ \Leftrightarrow \ x = 0 \ \text{ ou } \ x = 2\hat{x} = a - \frac{2b}{a}\frac{Q}{q}$$

Application numérique :

$R_A = 50'000\text{N}$

$R_B = 85'000\text{N}$

$T(x) = 50'000 - 2'000x$

$T(x') = 15'000$

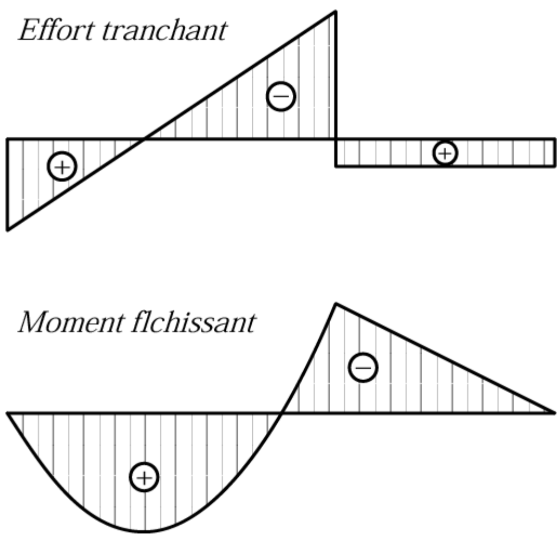
$M(x) = (50'000 - 1'000x)x$

$M(x') = -15'000x$

$\hat{x} = 25 \text{ cm}$

$x_0 = 50 \text{ cm}$

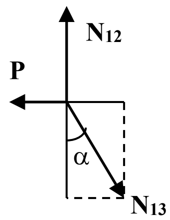
$M_{\max} = 6'250 \,\text{mN}$



Problème2

Etudions l'un après l'autre l'équilibre de chaque nœud :

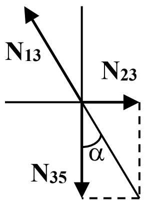
Nœud 1 :



$$N_{13} \cdot \sin\alpha = P \Rightarrow N_{13} = \frac{P}{\sin\alpha}$$

$$N_{12} = N_{13}\cos\alpha = \frac{P}{\tan\alpha}$$

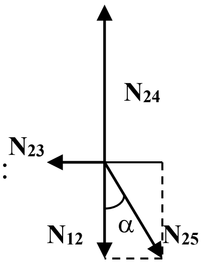
Nœud 3 :



$$N_{23} = N_{13}\sin\alpha = P$$

$$N_{35} = N_{13}\cos\alpha = \frac{P}{\tan\alpha}$$

Nœud 2 :

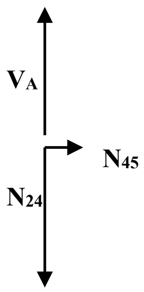


$$N_{23} = N_{25}\sin\alpha = P$$

$$N_{12} + N_{25}\cos\alpha = N_{24}$$

$$N_{24} = \frac{P}{\tan\alpha} + \frac{P}{\sin\alpha}\cos\alpha = \frac{2P}{\tan\alpha}$$

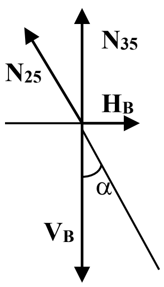
Nœud 4 :



$$V_A = N_{24} = \frac{2P}{\tan\alpha}$$

$$N_{45} = 0$$

Nœud 5 :



$$H_B = N_{25}\sin\alpha = P$$

$$N_{35} + N_{25}\cos\alpha = V_B$$

$$\frac{P}{\tan\alpha} + \frac{P}{\sin\alpha}\cos\alpha = V_B = \frac{2P}{\tan\alpha}$$

Application numérique :

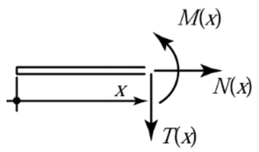
$V_A = 34.6kN$	$V_B = 34.6kN$	$H_B = 10kN$
$N_{12} = 17.3\text{kN}$ compression	$N_{35} = 17.3\text{kN}$ traction	
$N_{13} = 20\text{kN}$ traction	$N_{25} = 20\text{kN}$ traction	$N_{45} = 0$
$N_{23} = 10\text{kN}$ compression	$N_{24} = 34.6\text{kN}$ compression	

Problème3

Les réactions R_A et R_B se déterminent par l'expression de l'équilibre extérieur de la poutre :

$$\sum M_B = 0 \;:\; R_A \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 9 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \; R_A = 4\,\text{kN}$$
$$\sum Y = 0 \;:\; R_A - 5 - 9 + R_B - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = 14\,\text{kN}$$

Efforts intérieurs (NTM) avec sens positif conventionnel :



Aucune charge horizontale ne sollicite la poutre, l'effort normal est donc identiquement nul.
Pour la partie gauche, les autres efforts intérieurs valent :

$T(x) = R_A = 4$ kN (effort tranchant entre A-5kN)
$M(x) = R_A\,x = 4\,x$ (moment fléchissant entre A-5kN)

$T(x) = R_A - 5 = -1$ kN (effort tranchant entre 5kN-9kN)
$M(x) = 4\,x - 5(x-1)$ (moment fléchissant entre 5kN-9kN)

$T(x) = R_A - 5 - 9 = -10$ (effort tranchant entre 9kN-B)
$M(x) = -10x + 32$ (moment fléchissant entre 9kN-B)

$T(x) = R_A - 5 - 9 + R_B = 4$ (effort tranchant entre B-4kN)
$M(x) = 4x - 24$ (moment fléchissant entre B-5kN)